

Des fréquences vers une probabilité

Partie A

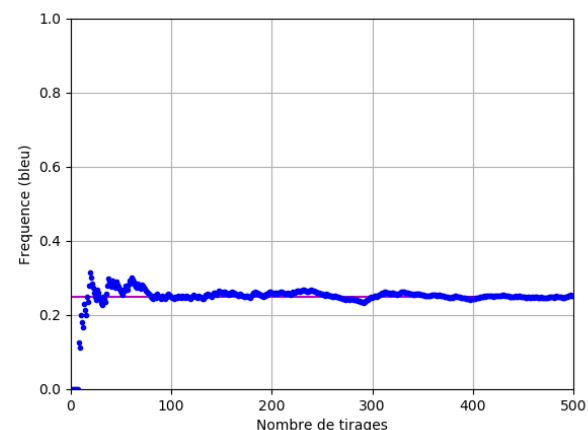
Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard dans $[0 ; 1]$ deux nombres a et b et à placer sur une droite graduée les points A et B d'abscisses a et b . On s'intéresse à la réalisation de l'événement E : « La longueur AB est supérieur ou égale à 0,5 »



1. Simulation de l'expérience :

- A l'aide de la console de Python et de la fonction `random()` du module `random`, procéder au tirage de a et b , puis calculer l'écart positif d entre a et b .
Expliquer ce que l'on vient de simuler.
 - Répéter 4 fois cette simulation et observer si l'événement E est réalisé.
 - Que diriez-vous, sans calcul, de la probabilité p de l'événement E : $p = 0.5$ ou $p < 0.5$ ou $p > 0.5$?
2. Compléter les cinq lignes de l'algorithme suivant afin d'obtenir le graphique en dessous :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 from random import *
3 from math import *
4 nb_tirages=500
5 somme = 0
6 frequence = 0
7 plt.axis([0,nb_tirages,0,1])
8 plt.grid(True)
9 plt.xlabel('Nombre de tirages')
10 plt.ylabel('Frequence (bleu)')
11 plt.plot([0,nb_tirages],[0.25,0.25], 'm-')
12 for n in range(1,nb_tirages+1):
13     # à compléter
14     # à compléter
15     # à compléter
16     # à compléter
17     # à compléter
18     plt.plot(n,frequence,'b.')
19 plt.show()
```



Sur le graphique ci-dessus est représentée l'évolution de la fréquence de l'événement E lors de la répétition de l'expérience 500 fois.

- Vers quelle valeur tend à se stabiliser cette fréquence ?
- Comparer avec la réponse du 1.c.

Partie B : Pour aller loin

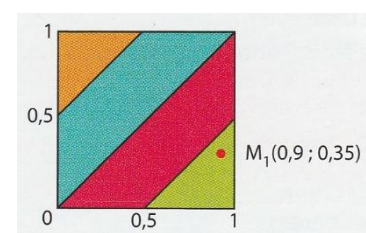
On s'intéresse à la probabilité de l'événement E : « La longueur AB est supérieur ou égale à 0,5 »

A chaque tirage au hasard de a et de b , on associe le point $M(a ; b)$ dans un repère orthonormé (O, I, J) .

- Reproduire le carré ci-dessous ;
y faire figurer les points $M_1(0,9 ; 0,35)$ et $M_2(0,4 ; 0,6)$.

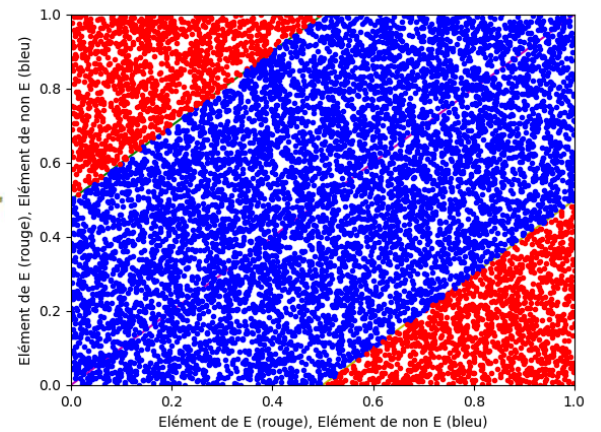
Préciser dans chaque cas si E est réalisé ou non.

- On admet que des points situés dans une même partie colorée du carré correspondent tous à des issues qui, soit réalisent E soit ne réalisent pas E.
Quelles parties correspondent à la réalisation de E ?



b. Compléter les six lignes de l'algorithme suivant afin d'obtenir le graphique en dessous :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 from random import *
3
4 def abs(x):
5     if x >=0: return x
6     else: return -x
7
8 def nuageDePoints(nb_tirages) :
9     plt.axis([0,1,0,1])
10    plt.title('Elément de E (rouge), Elément de non E (bleu)')
11    for i in range(1,nb_tirages+1):
12        # à compléter
13        # à compléter
14        # à compléter
15        # à compléter
16        # à compléter
17        # à compléter
18    plt.show()
19    nuageDePoints(10000)
```



3. Les probabilités des événements sont proportionnelles aux aires des parties qui leur sont associées.
Quelle est la probabilité de E ?
Comparer avec l'estimation obtenue dans la **partie A**.

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 from random import *
3 from math import *
4
5 def nuageDePoints(nb_tirages) :
6     plt.axis([0,1,0,1])
7     plt.title('Élément de E (rouge), Élément de non E (bleu)')
8     for i in range(1,nb_tirages+1):
9         a = random()
10        b = random()
11        if abs(a-b)>0.5:
12            plt.plot(a,b,'r.')
13        else:
14            plt.plot(a,b,'b.')
15    plt.show()
16 nuageDePoints(10000)
```